

40



Рассмотрим клин в декартовой системе координат  $XYZ$  (рис. 1). Угол поворота клина  $\psi'$ , лежащий в плоскости  $ZOX$ , определим как угол между осью  $OX$  и вектором  $\overline{BC}$ . Для этого нам нужно знать прежде всего координаты вектора  $\overline{BC}(x, y, z)$  или координаты точек  $B$  и  $C$ . Из чертежа видно, что точка  $B$  определяется координатами  $B(l \sin \Theta; l \cos \Theta; 0)$ . Точку  $C$  определим координатами  $C(x_c, y_c, z_c)$ , где  $x_c = OD$ ;  $y_c = 0$ ;  $z_c = CD$ . Из чертежа кроме того находим, что

$$z_c = x_c \operatorname{tg} \Delta\alpha. \quad (1)$$

Поэтому координаты  $x, y, z$  вектора  $\overline{BC}$  будут равны:

$$x = x_c - l \sin \Theta; \quad y = 0; \quad z = z_c = x_c \operatorname{tg} \Delta\alpha. \quad (2)$$

Отсюда находим далее по чертежу, что векторы  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$  определяются координатами

$$\begin{aligned} \overline{AB} & (l \sin \Theta; -l \cos \Theta; 0), \\ \overline{AC} & (x_c; -l \cos \Theta; x_c \operatorname{tg} \Delta\alpha). \end{aligned} \quad (3)$$

Координаты вектора  $\overline{BC}$  получены через неизвестную абсциссу,  $x_c$  точки  $C$ , которую найдем из формулы угла между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ , так как рассматриваемый угол есть угол скоса клина (величина конструктивная). Имеем

$$\begin{aligned} \cos(\overline{AB}, \overline{AC}) &= \cos \delta = \\ &= \frac{l \sin \Theta \cdot x_c + l^2 \cos^2 \Theta}{\sqrt{l^2 \sin^2 \Theta + l^2 \cos^2 \Theta} \cdot \sqrt{x_c^2 + l^2 \cos^2 \Theta + x_c^2 \operatorname{tg}^2 \Delta\alpha}}, \end{aligned}$$

откуда

$$\cos \delta = \frac{x_c \sin \Theta + l \cos^2 \Theta}{\sqrt{x_c^2 + l^2 \cos^2 \Theta + x_c^2 \operatorname{tg}^2 \Delta\alpha}}. \quad (4)$$

Из этой формулы находим координату  $x_c$  при заданных  $\delta$ ,  $\Theta$  и  $\Delta\alpha$ . После соответствующих преобразований получим:

$$x_{c1,2} = \frac{l \cos \alpha}{a} \left[ \sin \Theta \cos \Theta \pm \sqrt{\sin^2 \Theta \cos^2 \Theta - a(\cos^2 \delta - \cos^2 \Theta)} \right], \quad (5)$$

где

$$a = \cos^2 \delta \sec^2 \Delta\alpha - \sin^2 \Theta. \quad (6)$$

Действительные корни для  $x_c$  будут при условии

$$\sin^2 \Theta \cos^2 \Theta - a(\cos^2 \delta - \cos^2 \Theta) \geq 0$$

или

$$a \leq \frac{\sin^2 \Theta \cdot \cos^2 \Theta}{\cos^2 \delta - \cos^2 \Theta}. \quad (7)$$

В случае равенства мы получаем условие, когда оба корня будут равны и угол  $\psi'$  будет наибольшим. При заданных  $\Theta$  и  $\delta$  находим  $\Delta\alpha$ , при котором  $\psi'$  будет наибольшим:

$$\sec^2 \Delta\alpha = \frac{\sin^2 \Theta \cdot \cos^2 \Theta}{(\cos^2 \delta - \cos^2 \Theta) \cdot \cos^2 \delta} + \frac{\sin^2 \Theta}{\cos^2 \delta}. \quad (8)$$

После того как мы найдем  $x_c$ , можно определить  $\psi'$  по формуле

$$\psi' = \arccos \frac{x_c - l \sin \Theta}{\sqrt{(x_c - l \sin \Theta)^2 + x_c^2 \operatorname{tg}^2 \Delta\alpha}}. \quad (9)$$



Зенитный угол  $\Theta'$  отклоненного ствола найдется из формулы угла между вектором  $\overline{AC}$  и осью  $Oy$

$$\Theta' = \arccos \left[ \frac{l \cos \Theta}{\sqrt{x^2 \sec^2 \Delta\alpha + l^2 \cos^2 \Theta}} \right]. \quad (10)$$

Так как формула (5) дает для  $x$  два значения, то и формулы (9), (10) также будут давать два значения углов  $\psi'$  и  $\Theta'$ . Заметим, что в [1], [2], [3] о вторых значениях этих углов вообще не упоминается.

Все вычисления по приведенным формулам запрограммированы и на ЭВЦМ Минск-1 составлены таблицы при  $\delta = 2^\circ$ ,  $\delta = 3^\circ$  и  $\delta = 4^\circ$  и при  $l = 2, 3, 4$  метрам для  $\Delta\alpha$ , начиная с  $\Delta\alpha = \delta$  и до  $\Delta\alpha_{\max}$ , с интервалом в 1 градус, и для  $\Theta$ , начиная с  $\Theta = 2\delta$  до возможного, с интервалом  $2^\circ$ ; дополнительно также найдены максимальные значения угла  $\psi'$  при  $\delta = 3$  и  $l = 3$ .

Сравнивая вычисления, произведенные Курмашевым [1] по формуле

$$\sin(\psi' - \Delta\alpha) = \frac{\sin \Theta \sin \Delta\alpha}{\operatorname{tg} \beta},$$

с вычислениями по формуле (9), видим, что ошибка в определении угла  $\psi'$  достигает 4 градусов и выше.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Курмашев. Прибор для расчета отклонения в наклонной скважине. Информационный сборник Министерства геологии и охраны недр СССР, № 27, 1961.
2. А. Г. Калинин и др. Ориентирование отклоняющих систем в скважинах. Москва, 1963.
3. А. Г. Калинин. Искривления буровых скважин. Москва, 1963.